INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione
Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Esempi di domande per ambiti e livelli di competenza – MATEMATICA

DATI E PREVISIONI 3
ESEMPIO 1 3
ESEMPIO 2 7
ESEMPIO 3 9
NUMERI 11
ESEMPIO 1 11
ESEMPIO 2 14
RELAZIONI E FUNZIONI 17
ESEMPIO 1 17
ESEMPIO 2 19
SPAZIO E FIGURE 22
ESEMPIO 1 22
ESEMPIO 2 23
ESEMPIO 3 26

DATI E PREVISIONI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i Livelli presenti nell'ambito Dati e Previsioni mettendo in luce il passaggio da un Livello a un altro in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

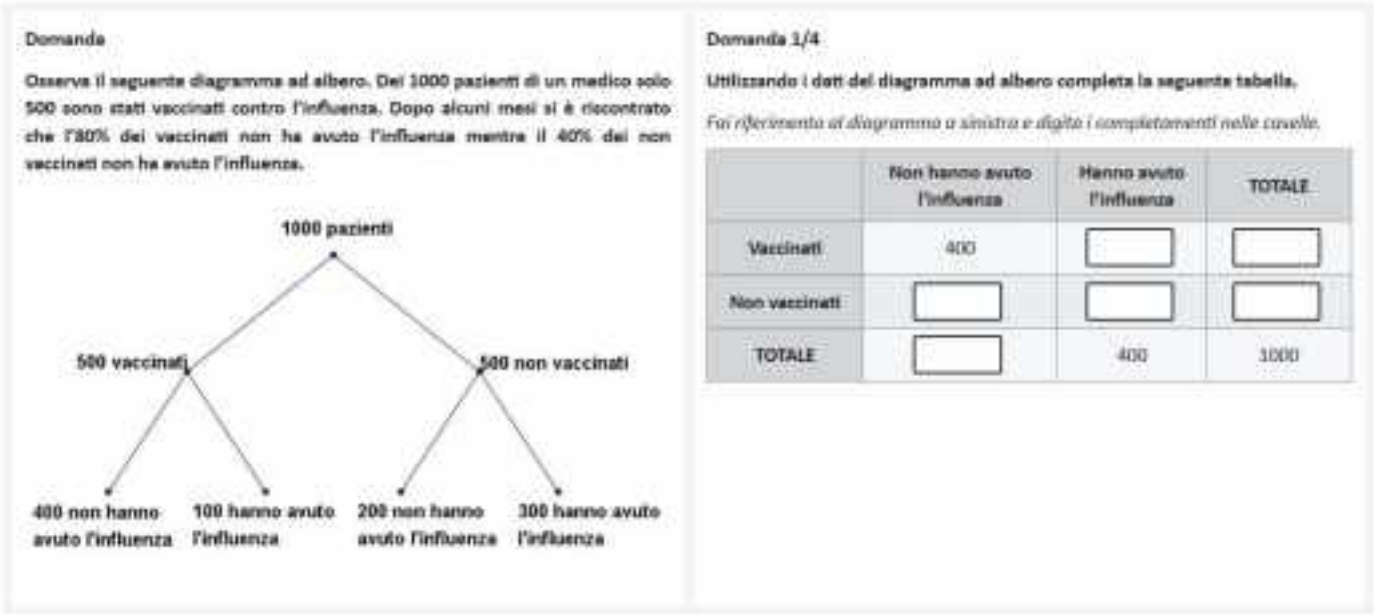
ESEMPIO 1

Tutte le seguenti domande riguardano la lettura e l'utilizzo dei diagrammi ad albero per rappresentare dati e calcolare probabilità.

- La domanda del Livello 1 fa riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione passando da una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)"; le domande dei Livelli 2 e 4 fanno riferimento al Traguardo "Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità degli eventi elementari";
- la domanda del Livello 1 afferisce alla dimensione *Conoscere*, mentre quelle dei Livelli 2 e 4 afferiscono alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 1

La situazione presentata in questa domanda viene descritta sia con il linguaggio verbale sia mediante un diagramma ad albero. L'allievo/a deve semplicemente individuare i dati scritti nel diagramma ad albero e riportarli nelle corrispondenti caselle della tabella a doppia entrata.



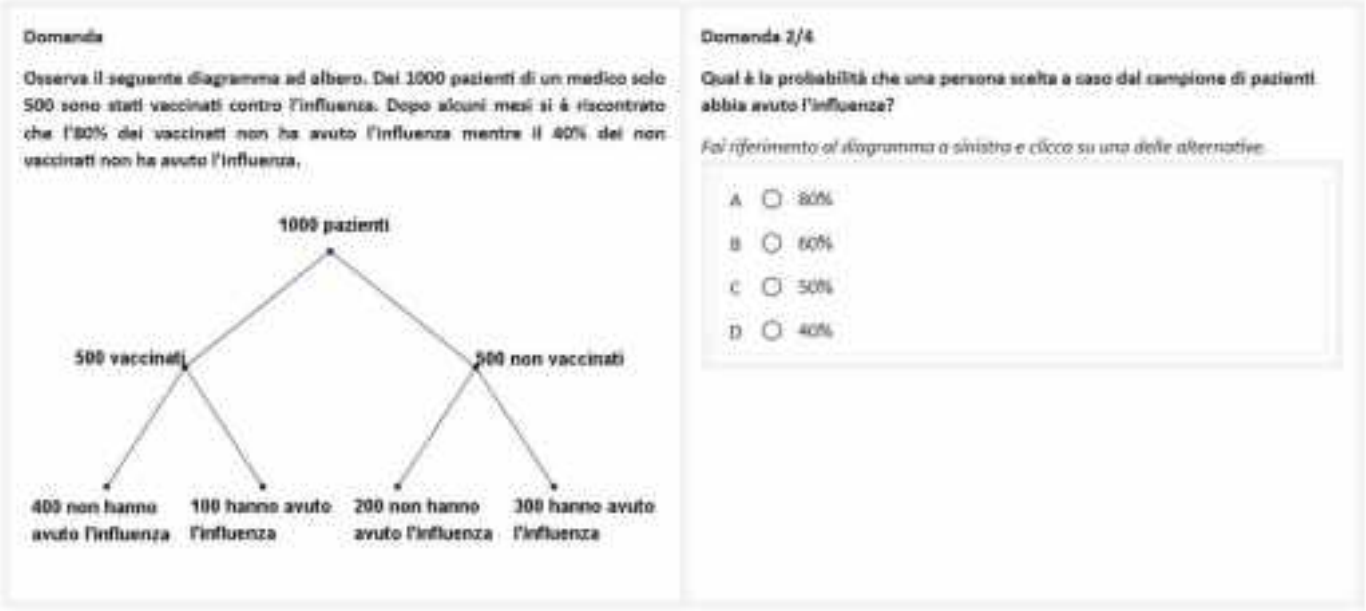
Risposta corretta:

	Non hanno avuto l'influenza	Hanno avuto l'influenza	TOTALE
Vaccinati	400	100	500
Non vaccinati	200	300	500
TOTALE	600	400	1000

La risposta è corretta se tutti i numeri sono inseriti correttamente.

LIVELLO 2

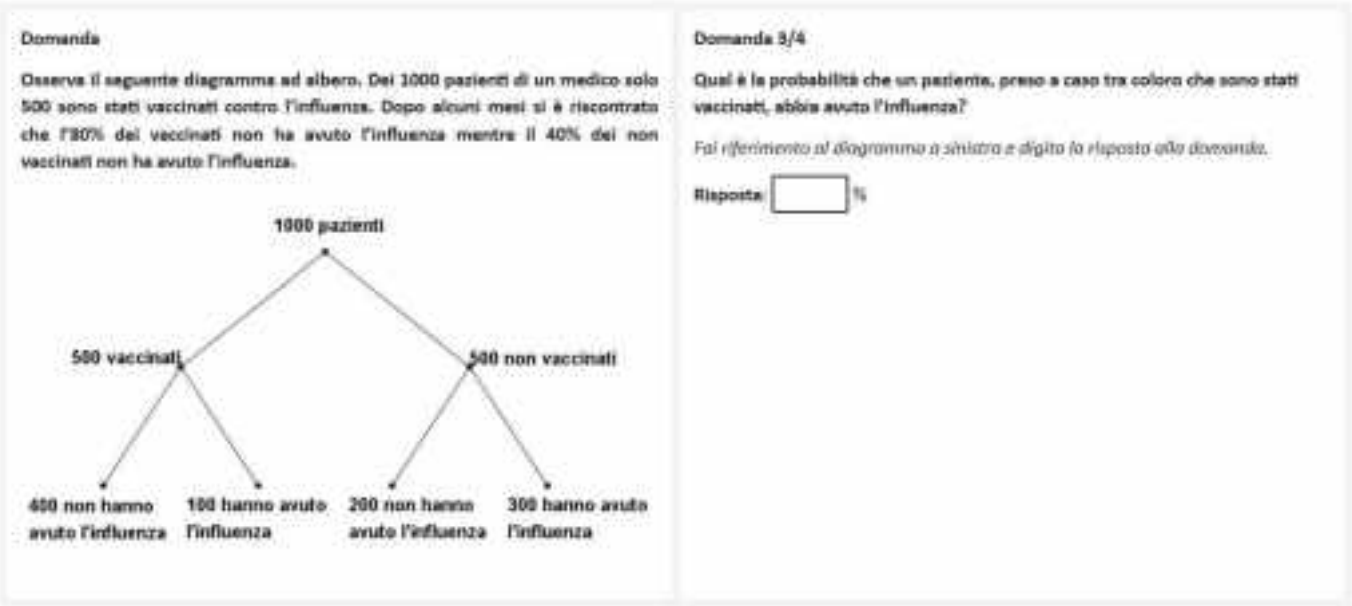
Il contesto è il medesimo di quello della domanda del Livello 1. In questo caso l'allievo/a deve calcolare una probabilità a partire da un diagramma ad albero effettuando un'elaborazione che richiede operazioni aritmetiche elementari.



Risposta corretta: D

LIVELLO 4

Il contesto è il medesimo di quello delle domande dei Livelli 1 e 2, tuttavia in questo caso si deve calcolare la probabilità di un evento in una situazione di probabilità condizionata, la quale richiede di individuare e riconsiderare lo spazio degli eventi in cui si opera.



Risposta corretta: 20

ESEMPIO 2

Le due domande di questo esempio riguardano la lettura e l'utilizzo di una tabella in un contesto reale.

- La domanda del Livello 2 fa riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni"; la domanda del Livello 5 fa riferimento al Traguardo "Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione";
- la domanda del Livello 2 afferisce alla dimensione *Risolvere problemi*, mentre quella del Livello 5 afferisce alla dimensione *Argomentare* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 2

In questa domanda viene rappresentata, attraverso una tabella, una situazione nella quale sono riportati dati di diversa natura. L'allievo/a deve individuare i valori di verità di quattro affermazioni: le risposte richiedono l'elaborazione dei dati presenti mediante operazioni elementari.



Domanda

Mario guarda una partita di calcio in TV. Alla fine dei 90 minuti di gioco, compare sullo schermo la seguente figura che riporta alcuni dati della partita. Nella colonna a sinistra compaiono i dati relativi alla squadra A, in quella a destra quelli relativi alla squadra B.

SQUADRA A		SQUADRA B
74%	POSSESSO PALLA	26%
4/10	TIRI DENTRO/TOTALI	4/15
547	PALLE GIOCATE	666
38':30''	SUPREMAZIA TERRITORIALE	17':40''
50,5%	PERICOLOSITÀ	35,7%

Domanda 1/2

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

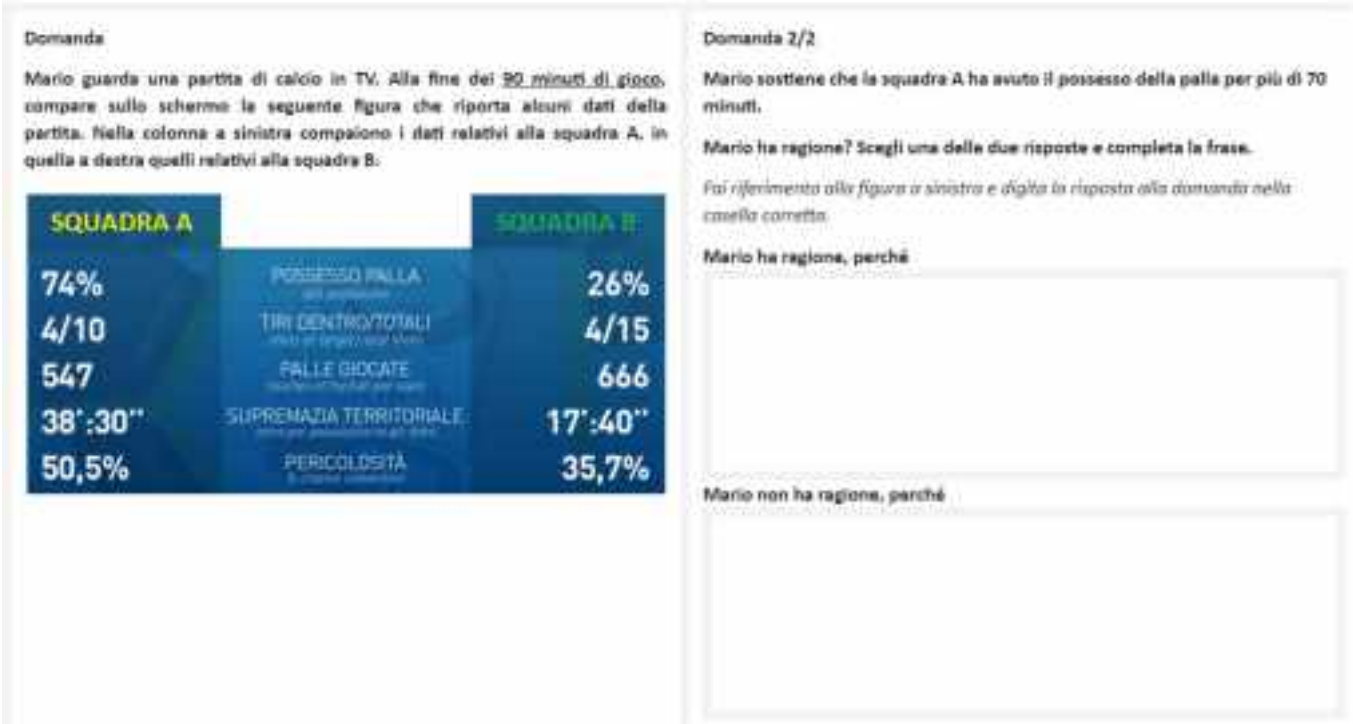
Fai riferimento alla figura a sinistra e clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. La percentuale dei "tiri dentro" rispetto al totale di tiri effettuati dalla squadra A è 40%	○	○
2. La percentuale dei "tiri dentro" delle due squadre A e B rispetto al totale dei tiri effettuati dalle due squadre è 32%	○	○
3. Nei 90 minuti oltre la metà delle palle è stata giocata dalla squadra B	○	○
4. Per più della metà dei 90 minuti di gioco la squadra B ha dimostrato una supremazia territoriale rispetto alla squadra A	○	○

Risposta corretta: V – V – V – F. La domanda è corretta se sono corrette 3 risposte su 4

LIVELLO 5

Il contesto è il medesimo di quello della domanda del Livello 2. In questo caso l'allievo/a deve individuare la risposta corretta e produrre un'argomentazione che sostenga la scelta effettuata, basandosi sui dati presenti nella tabella.



Risposta: Mario non ha ragione perché il 74% di 90 è minore di 70 (o risposte equivalenti)

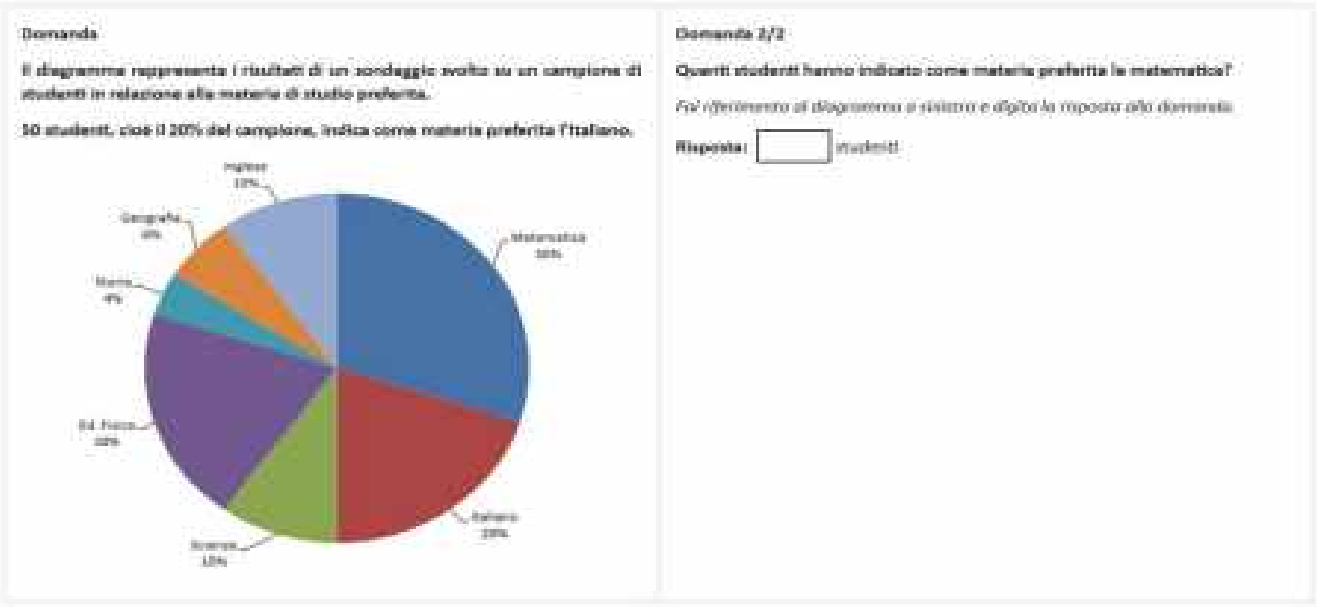
ESEMPIO 3

Le due domande di questo esempio hanno in comune la lettura e l'utilizzo di un areogramma.

- La domanda del Livello 3 fa riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni"; la domanda del Livello 4 fa riferimento al Traguardo "Esprime valutazioni e stime di probabilità in situazioni caratterizzate da incertezza. Esprime stime di probabilità di eventi composti a partire dalla conoscenza delle probabilità degli eventi elementari";
- entrambe le domande afferiscono alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 3

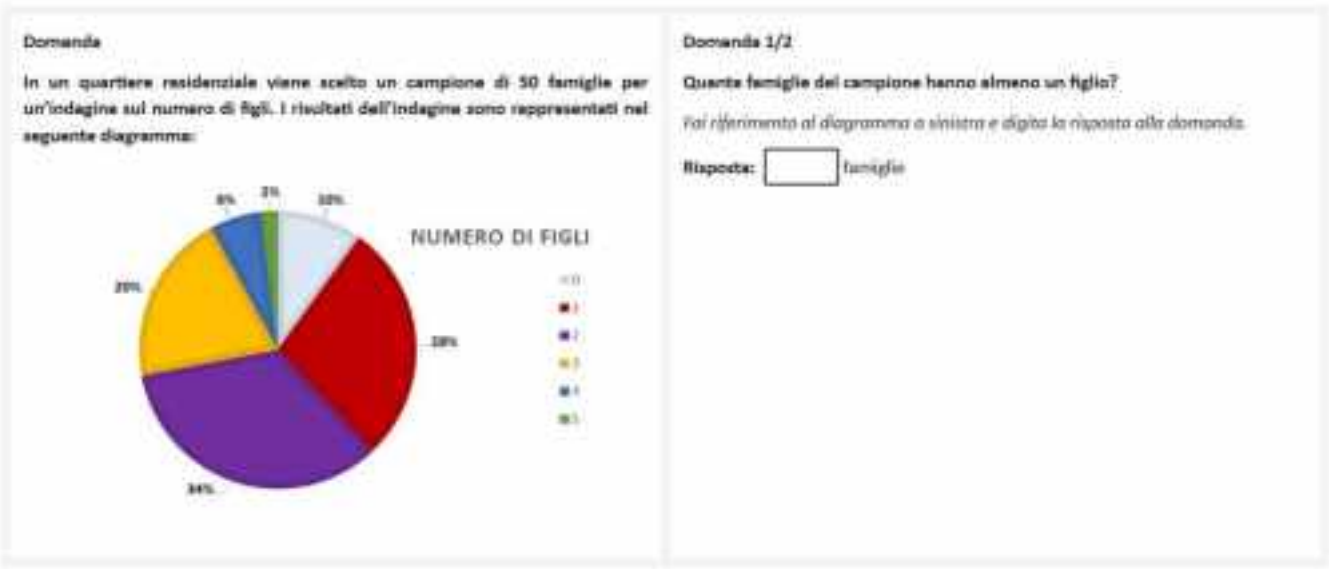
In questa domanda l'allievo/a deve mettere in relazione dati presenti nel testo con dati presenti sull'areogramma per calcolare la frequenza assoluta di una determinata categoria.



Risposta corretta: 75

LIVELLO 4

Anche in questa domanda, come in quella del Livello 3, l'allievo/a deve mettere in relazione dati presenti nel testo con dati presenti sull'areogramma. In questo caso, però, deve determinare una frequenza cumulata, interpretando correttamente la parola "almeno" presente nella richiesta.



Risposta corretta: 45

NUMERI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i Livelli presenti nell'ambito Numeri mettendo in luce il passaggio da un Livello a un altro in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

ESEMPIO 1

Le seguenti domande riguardano la risoluzione di problemi nell'ambito Numeri.

Le domande dei Livelli 2, 3 e 4 fanno riferimento al seguente Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati"; la domanda di Livello 5 fa riferimento al Traguardo "Riconosce, tra diversi modelli matematici proposti, quelli più adeguati a descrivere determinate situazioni oggetto di interesse";

tutte le domande afferiscono alla dimensione *Risolvere problemi* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 2

In questa domanda è coinvolto il concetto di proporzionalità in un contesto reale. L'allievo/a, per rispondere, può ricorrere a considerazioni legate alla proporzionalità diretta, oppure utilizzare una semplice equazione per risolvere il problema.


Domanda

In un'industria una macchina A produce in un minuto il triplo di cialde di caffè rispetto a una macchina B. Quando le macchine A e B lavorano contemporaneamente producono in tutto 40 cialde al minuto.

Se la macchina B viene sostituita con una macchina identica ad A, quante cialde potranno essere prodotte complessivamente in un minuto?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A ○ 40
B ○ 50
C ○ 60
D ○ 80

Risposta corretta: C

LIVELLO 3

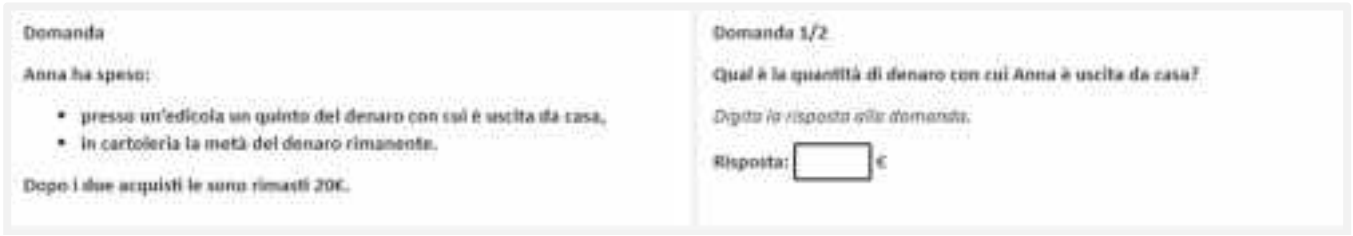
Rispetto alla domanda del Livello 2, in questa domanda il processo è inverso: si richiede, a partire da una formalizzazione data mediante un'equazione, di riconoscere il problema che può essere risolto attraverso di essa. In particolare si focalizza l'attenzione sul passaggio dal linguaggio simbolico a quello verbale.



Risposta corretta: C

LIVELLO 4

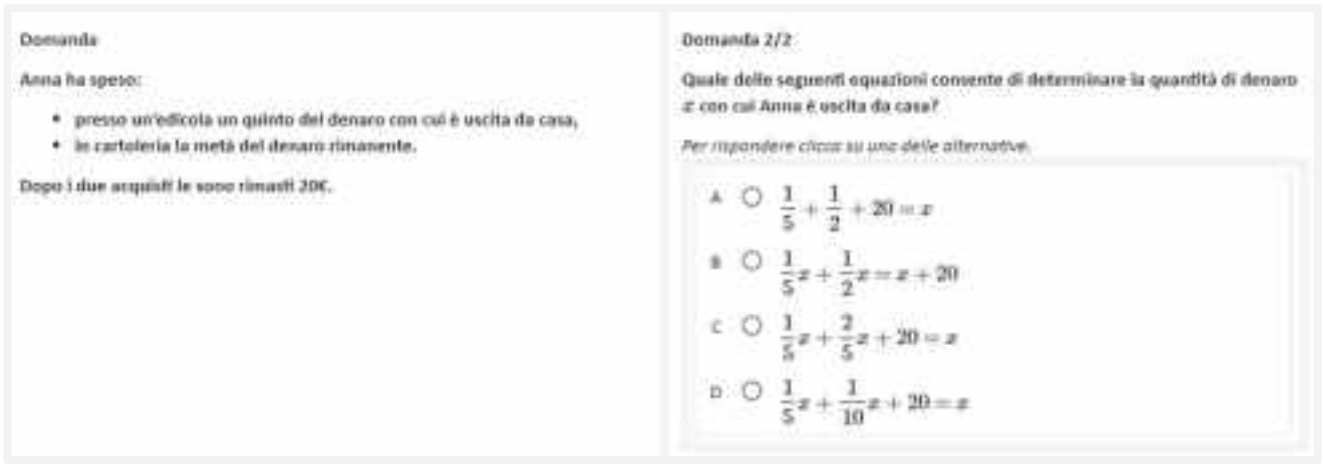
Per rispondere a questa domanda l'allievo/a può, utilizzando conoscenze e procedure di base relative a frazioni e percentuali, partire dai soldi rimasti e risalire alla cifra iniziale oppure può individuare un'equazione che consenta di risolvere il problema collegando fra loro le informazioni presenti nel testo e la loro rappresentazione (in particolare interpretando la frase "la metà del denaro rimanente").



Risposta corretta: 50

LIVELLO 5

Lo stimolo della domanda non cambia rispetto a quello della domanda del Livello 4, ma in questo caso l'allievo/a deve individuare il modello matematico (equazione) che risolve il problema dato, riconoscendo nell'equazione corretta la rappresentazione simbolica delle relazioni fra i dati del problema. La focalizzazione è sul passaggio dal linguaggio verbale a quello simbolico.



Domanda

Anna ha speso:

- presso un'edicola un quinto del denaro con cui è uscita da casa,
- in cartoleria la metà del denaro rimanente.

Dopo i due acquisti le sono rimasti 20€.

Domanda 2/2

Quale delle seguenti equazioni consente di determinare la quantità di denaro x con cui Anna è uscita da casa?

Per rispondere clicca su una delle alternative.

A $\frac{1}{5}+\frac{1}{2}+20=x$

B $\frac{1}{5}x+\frac{1}{2}x=x+20$

C $\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}x+20=x$

D $\frac{1}{5}x+\frac{1}{10}x+20=x$

Risposta corretta: C

ESEMPIO 2

Le seguenti domande riguardano la determinazione del valore di verità o la produzione di argomentazioni relativamente a proposizioni riguardanti operazioni, ordinamenti e proprietà nell'ambito Numeri.

Le domande dei Livelli 2, 3 e 4 fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Riconosce, fra diverse argomentazioni, quelle che sono adeguate a sostenere una determinata tesi; produce esempi e controesempi utili a confermare o a confutare una determinata affermazione"; la domanda di Livello 5 fa riferimento al Traguardo "Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione";

tutte le domande afferiscono alla dimensione *Argomentare* del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 2

In questa domanda le conoscenze necessarie per rispondere correttamente sono acquisite nei gradi scolari precedenti. Tuttavia l'aspetto caratterizzante è dato dalla presenza di connettivi logici e da affermazioni di carattere generale. Per determinare il valore di verità delle prime tre proposizioni è però sufficiente trovare controesempi di immediata individuazione.



Domanda

Indica se ciascuna delle seguenti proposizioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Se un numero è dispari allora è multiplo di 3	○	○
2. Un numero è multiplo di 6 e di 4 se e solo se è multiplo di 24	○	○
3. Un numero è multiplo di 7 solo se è dispari	○	○
4. Un numero è multiplo di 5 e di 2 se e solo se è multiplo di 10	○	○

Risposta corretta: F – F – F – V. La domanda è corretta se sono corrette 3 risposte su 4

LIVELLO 3

Anche in questa domanda, come in quella del Livello 2, l'allievo/a deve determinare il valore di verità di proposizioni che riguardano conoscenze di base sui numeri naturali (in particolare il concetto di numero primo). L'aspetto che caratterizza il Livello 3 è dato dall'uso del linguaggio simbolico nelle proposizioni da validare.



Domanda

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

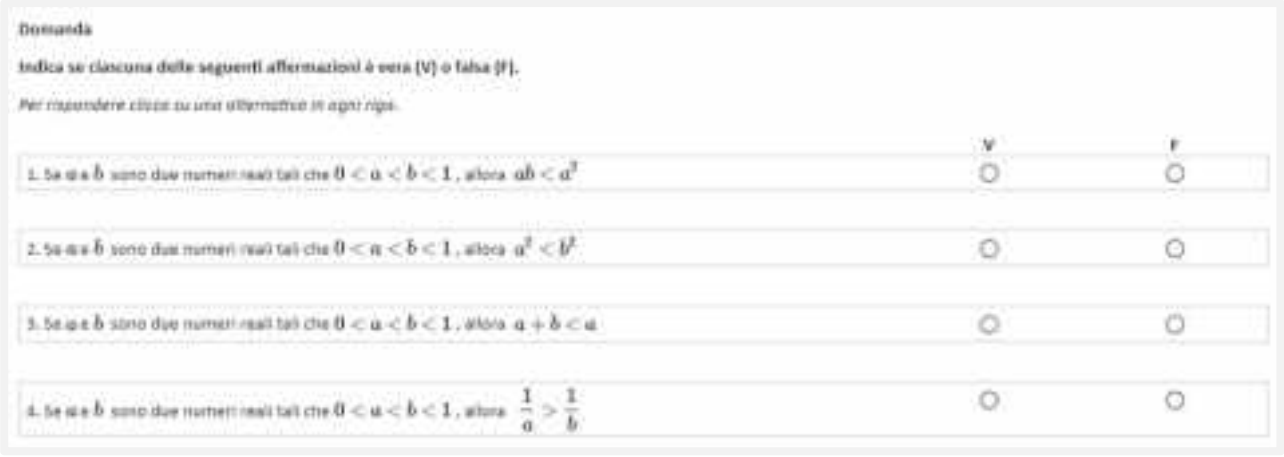
Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Se a, b, c sono numeri primi, allora $a \cdot b \cdot c + 1$ non è divisibile né per a, né per b, né per c	○	○
2. Se a, b, c sono numeri primi, allora $a \cdot b \cdot c + 1$ è un numero primo	○	○
3. Se p è un numero primo, allora $2p + 1$ è un numero primo	○	○
4. Nessun numero primo maggiore di 2 è pari	○	○

Risposta corretta: V – F – F – V. La domanda è corretta se sono corrette 3 risposte su 4

LIVELLO 4

Rispetto al Livello 3 le proposizioni da validare riguardano proprietà e ordinamenti dell'insieme dei numeri reali, anche in questo caso espresse attraverso il linguaggio simbolico.



Domanda

Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera (V) o falsa (F).

Per rispondere clicca su una alternativa in ogni riga.

	V	F
1. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $ab < a^2$	○	○
2. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $a^2 < b^2$	○	○
3. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $a + b < a$	○	○
4. Se a e b sono due numeri reali tali che $0 < a < b < 1$, allora $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	○	○

Risposta corretta: F – V – F – V. La domanda è corretta se sono corrette 3 risposte su 4

LIVELLO 5

Per rispondere a questa domanda l'allievo/a deve individuare la risposta corretta e produrre un'argomentazione che sostenga la scelta effettuata. Poiché per ogni numero naturale *n* l'espressione $2n^2 + 1$ fornisce un numero dispari, l'allievo/a non può limitarsi a esibire qualche esempio, ma deve produrre una dimostrazione utilizzando, per esempio, anche il linguaggio verbale.



Risposta corretta: Mario ha ragione perché $2n^2$ è un numero pari per ogni numero naturale *n*, quindi il successivo, $2n^2+1$ è dispari (o affermazioni equivalenti).

RELAZIONI E FUNZIONI

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i Livelli presenti nell'ambito Relazioni e funzioni mettendo in luce il passaggio da un Livello a un altro in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

ESEMPIO 1

Le seguenti domande riguardano le funzioni lineari nell'ambito Relazioni e funzioni.

- Le domande dei Livelli 2 e 4 fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Si muove con sicurezza nel calcolo numerico e simbolico; applica correttamente le proprietà delle operazioni con i numeri reali; realizza ordinamenti, calcola ordini di grandezza ed effettua stime numeriche e approssimazioni. Risolve equazioni e disequazioni"; la domanda del Livello 5 fa riferimento al Traguardo "Comprende e utilizza diverse forme di rappresentazione, passando dall'una all'altra a seconda delle esigenze (grafica, numerica, simbolica, nella lingua naturale)";
- tutte e tre le domande afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 2

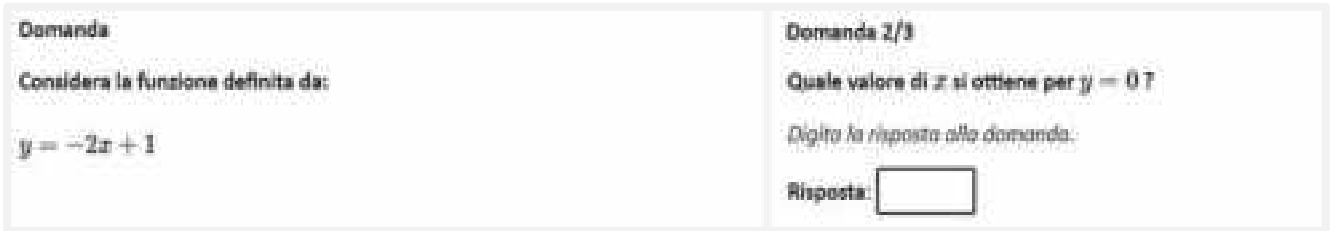
In questa domanda è richiesto di calcolare il valore della variabile dipendente conoscendo il corrispondente valore della variabile indipendente. Si tratta di una sostituzione diretta nella formula data che richiede un calcolo elementare.



Risposta corretta: 1

LIVELLO 4

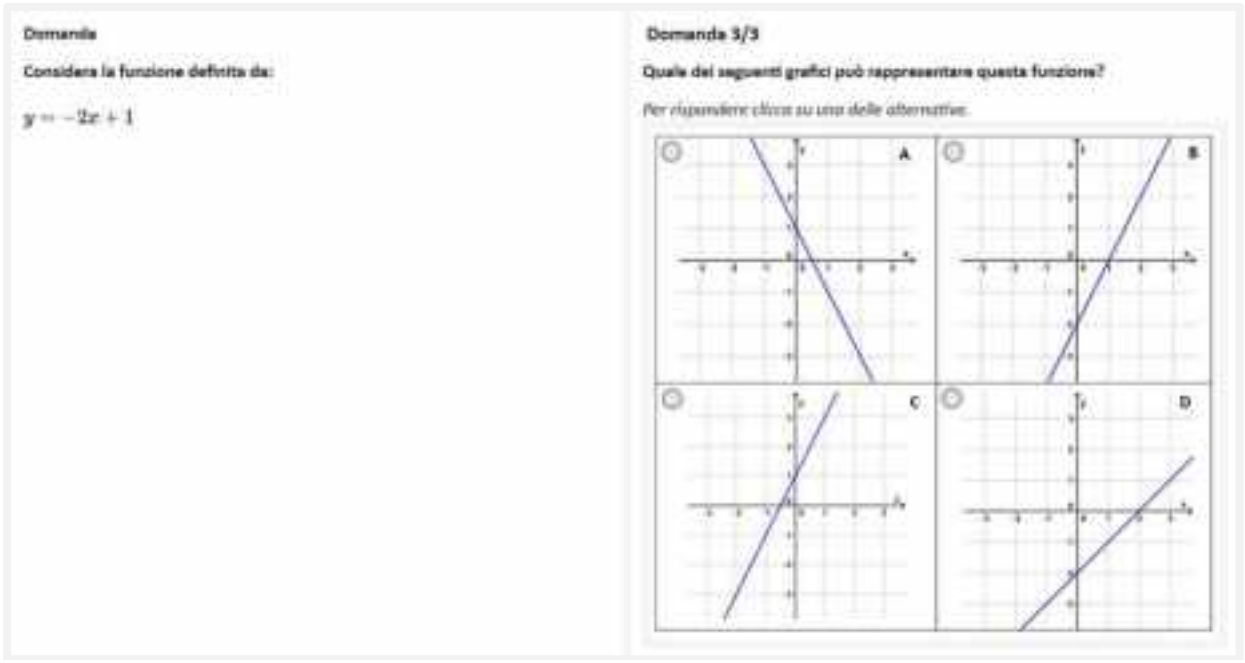
In questa domanda si richiede di risolvere un'equazione di primo grado, effettuando il procedimento inverso rispetto alla domanda del Livello 2: si tratta, infatti, di calcolare il valore della variabile indipendente conoscendo il corrispondente valore della variabile dipendente.



Risposta corretta: $\frac{1}{2}$

LIVELLO 5

In questa domanda l'allievo/a deve effettuare un passaggio di registro dalla formula della funzione lineare al grafico corrispondente. Per individuare il grafico corretto è sufficiente aver chiaro il concetto di coefficiente angolare di una retta che, in questo caso, è negativo; è anche possibile rispondere determinando, a partire dall'equazione, due punti della retta.



Riposta corretta: A

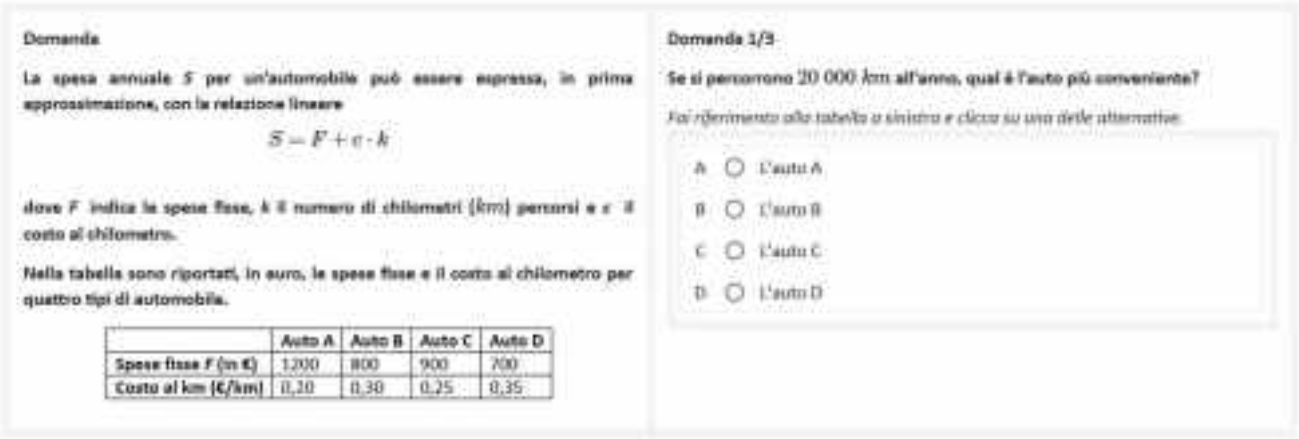
ESEMPIO 2

Le seguenti domande riguardano l'analisi e l'utilizzo di una formula algebrica in un contesto reale nell'ambito Relazioni e funzioni.

- Le domande dei Livelli 3 e 4 fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni possedute, le loro relazioni con ciò che si vuole determinare e la coerenza e plausibilità del procedimento risolutivo e dei risultati trovati"; la domanda del Livello 5 fa riferimento al Traguardo "Rappresenta, elabora, analizza e interpreta dati per descrivere situazioni e individuare caratteristiche di un fenomeno o di una situazione, eventualmente anche allo scopo di produrre ipotesi e prendere decisioni";
- tutte e tre le domande afferiscono alla dimensione *Risolvere Problemi* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica**.**

LIVELLO 3

La domanda richiede di coordinare informazioni, ricavabili da una tabella e da una formula date, allo scopo di risolvere un problema di scelta in un contesto reale. Infatti, per poter scegliere il tipo di auto più conveniente, l'allievo/a deve collegare ciascun parametro della formula con i diversi valori forniti dalla tabella e, successivamente, calcolare i valori della spesa annuale di ciascuna automobile.



Domanda

La spesa annuale S per un'automobile può essere espressa, in prima approssimazione, con la relazione lineare

$$S = F + c \cdot k$$

dove F indica le spese fisse, k il numero di chilometri (km) percorsi e c il costo al chilometro.

Nella tabella sono riportati, in euro, le spese fisse e il costo al chilometro per quattro tipi di automobile.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Spese fisse F (in €)	1200	800	900	700
Costo al km (€/km)	0,20	0,30	0,25	0,35

Domanda 1/3

Se si percorrono 20 000 km all'anno, qual è l'auto più conveniente?

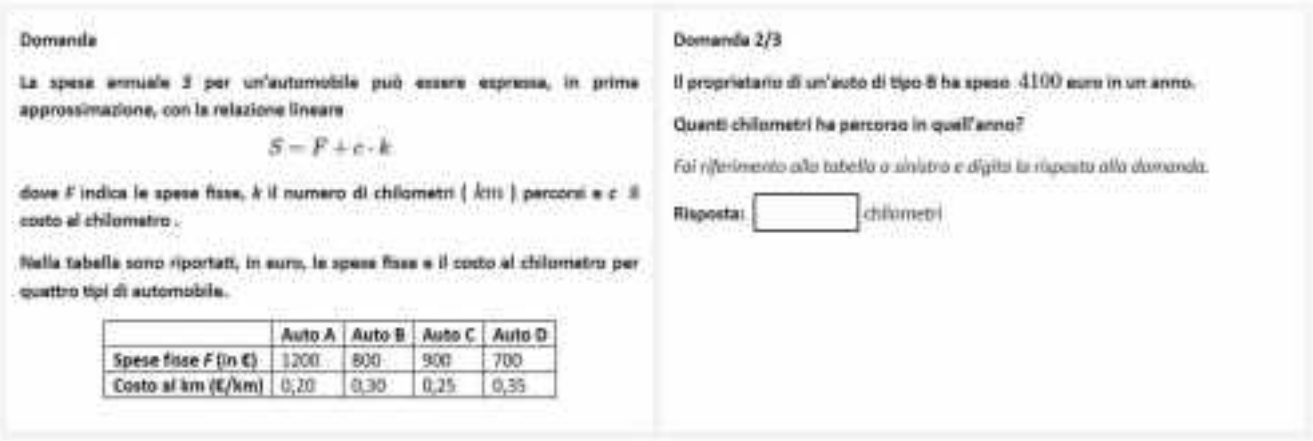
Fai riferimento alla tabella a sinistra e clicca su una delle alternative.

A ○ L'auto A
B ○ L'auto B
C ○ L'auto C
D ○ L'auto D

Risposta corretta: A

LIVELLO 4

La domanda fa riferimento alla stessa situazione problematica della domanda del Livello 3, ma richiede di manipolare la formula presente nel testo. Infatti, per risolvere il problema, l'allievo/a deve individuare la variabile di cui calcolare il valore, sostituire agli altri parametri della formula i valori ricavati dal testo e dalla tabella e infine risolvere un'equazione di primo grado.



Domanda

La spesa annuale S per un'automobile può essere espressa, in prima approssimazione, con la relazione lineare

$$S = F + c \cdot k$$

dove F indica le spese fisse, k il numero di chilometri (km) percorsi e c il costo al chilometro.

Nella tabella sono riportati, in euro, le spese fisse e il costo al chilometro per quattro tipi di automobile.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Spese fisse F (in €)	1200	800	900	700
Costo al km (€/km)	0,20	0,30	0,25	0,35

Domanda 2/3

Il proprietario di un'auto di tipo B ha speso 4100 euro in un anno.

Quanti chilometri ha percorso in quell'anno?

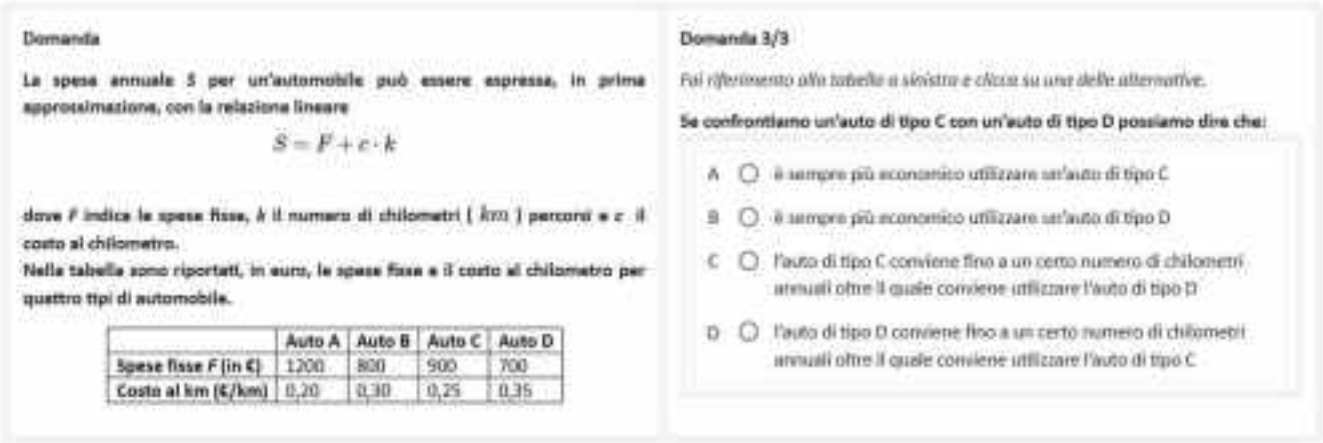
Fai riferimento alla tabella a sinistra e digita la risposta alla domanda.

Risposta: [ ] chilometri

Risposta corretta: 11 000

LIVELLO 5

Il contesto di questa domanda è il medesimo di quello delle domande dei Livelli 3 e 4. Sono però diverse le strategie che l'allievo/a può mettere in atto per risolvere questo problema di scelta. Infatti può risolverlo algebricamente, sostituendo nella formula i valori presi dalla tabella e confrontando successivamente le due equazioni ottenute; oppure la risoluzione può avvenire per via grafica confrontando le pendenze delle rette e le rispettive ordinate all'origine; può infine risolverlo per via numerica considerando alcuni valori assunti dalle funzioni lineari.



Domanda

La spesa annuale S per un'automobile può essere espressa, in prima approssimazione, con la relazione lineare

$$S = F + c \cdot k$$

dove F indica le spese fisse, k il numero di chilometri (km) percorsi e c il costo al chilometro.
Nella tabella sono riportati, in euro, le spese fisse e il costo al chilometro per quattro tipi di automobile.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Spese fisse F (in €)	1200	800	900	700
Costo al km (€/km)	0,20	0,30	0,25	0,35

Domanda 3/3

Fai riferimento alla tabella a sinistra e clicca su una delle alternative.

Se confrontiamo un'auto di tipo C con un'auto di tipo D possiamo dire che:

A ○ è sempre più economico utilizzare un'auto di tipo C
B ○ è sempre più economico utilizzare un'auto di tipo D
C ○ l'auto di tipo C conviene fino a un certo numero di chilometri annuali oltre il quale conviene utilizzare l'auto di tipo D
D ○ l'auto di tipo D conviene fino a un certo numero di chilometri annuali oltre il quale conviene utilizzare l'auto di tipo C

Risposta corretta: D

SPAZIO E FIGURE

Queste domande hanno lo scopo di esemplificare i Livelli presenti nell'ambito Spazio e figure mettendo in luce il passaggio da un Livello a un altro in termini di contenuti e processi necessari per rispondere correttamente alle domande.

ESEMPIO 1

Le seguenti domande riguardano le trasformazioni geometriche del piano nell'ambito Spazio e figure. Entrambe le domande:

- fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi".
- afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 3

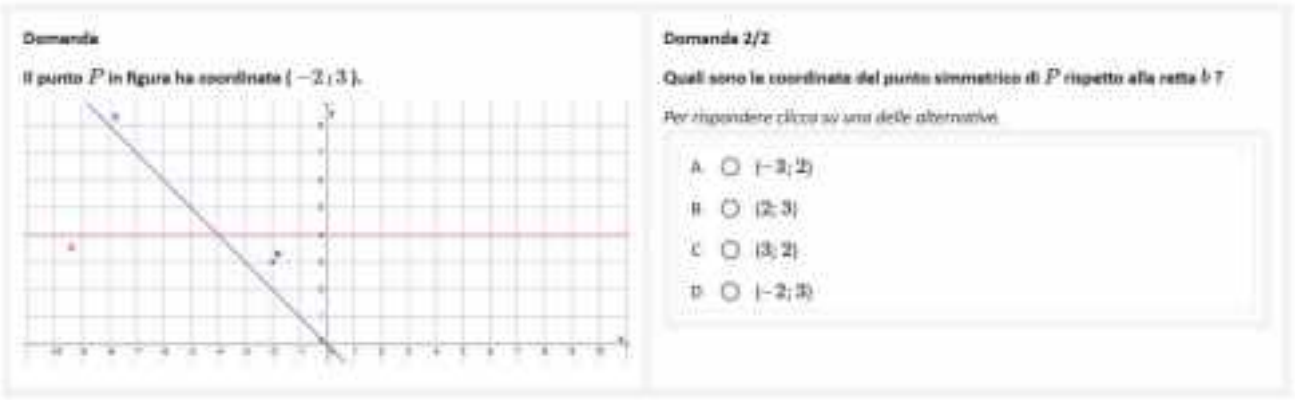
In questa domanda si fa riferimento alla conoscenza della definizione di simmetria assiale nel piano. Per rispondere, date le coordinate di un punto *P* del piano, si devono individuare le coordinate del simmetrico di *P* rispetto a una retta parallela all'asse *x.*



Risposta corretta: D

LIVELLO 4

In questa domanda si fa sempre riferimento alla conoscenza della definizione di simmetria assiale nel piano. Per rispondere, date le coordinate di un punto *P* del piano, si devono individuare le coordinate del simmetrico di *P* rispetto alla bisettrice del secondo e quarto quadrante. Rispetto alla domanda del Livello 3, la situazione risulta essere non standard, perché l'asse di simmetria non è parallelo né all'asse *x* né all'asse *y*.



Risposta corretta: A

ESEMPIO 2

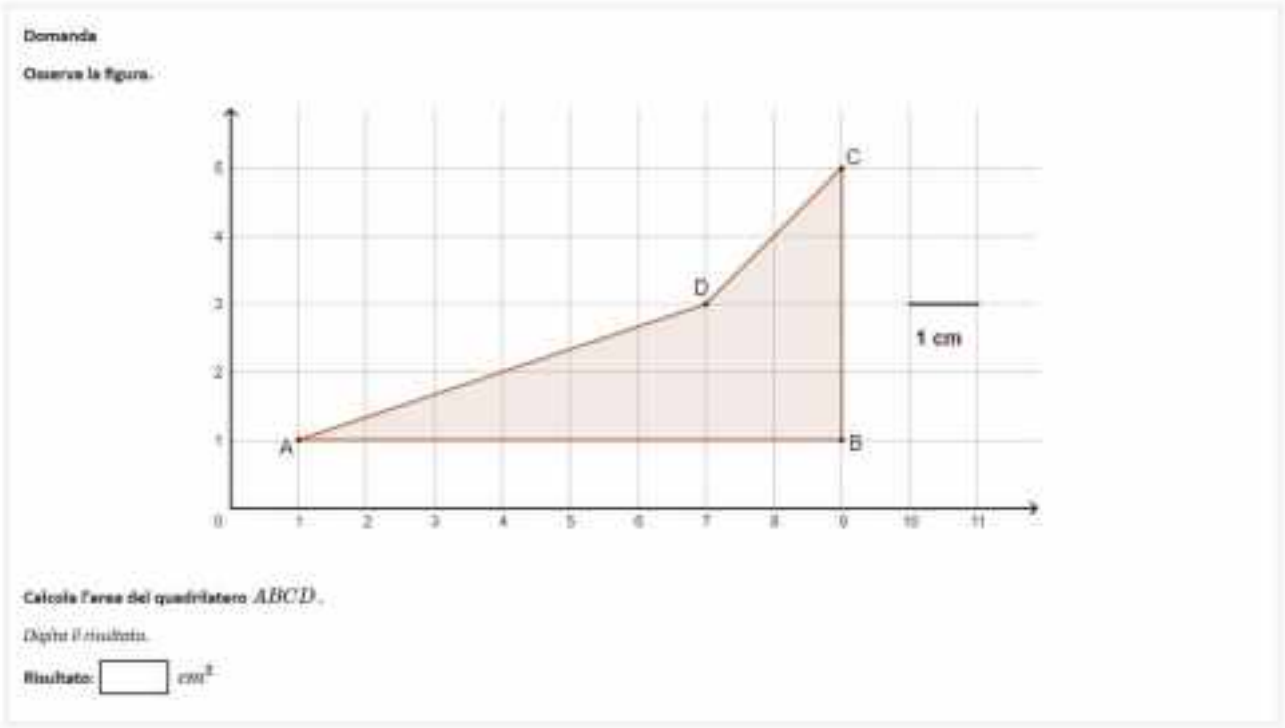
Le seguenti domande riguardano la determinazione dell'area di una figura piana nell'ambito Spazio e figure.

Entrambe le domande:

- fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi. Utilizza proprietà delle figure geometriche e teoremi per il calcolo di lunghezze, aree e volumi";
- afferiscono alla dimensione *Conoscere* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 4

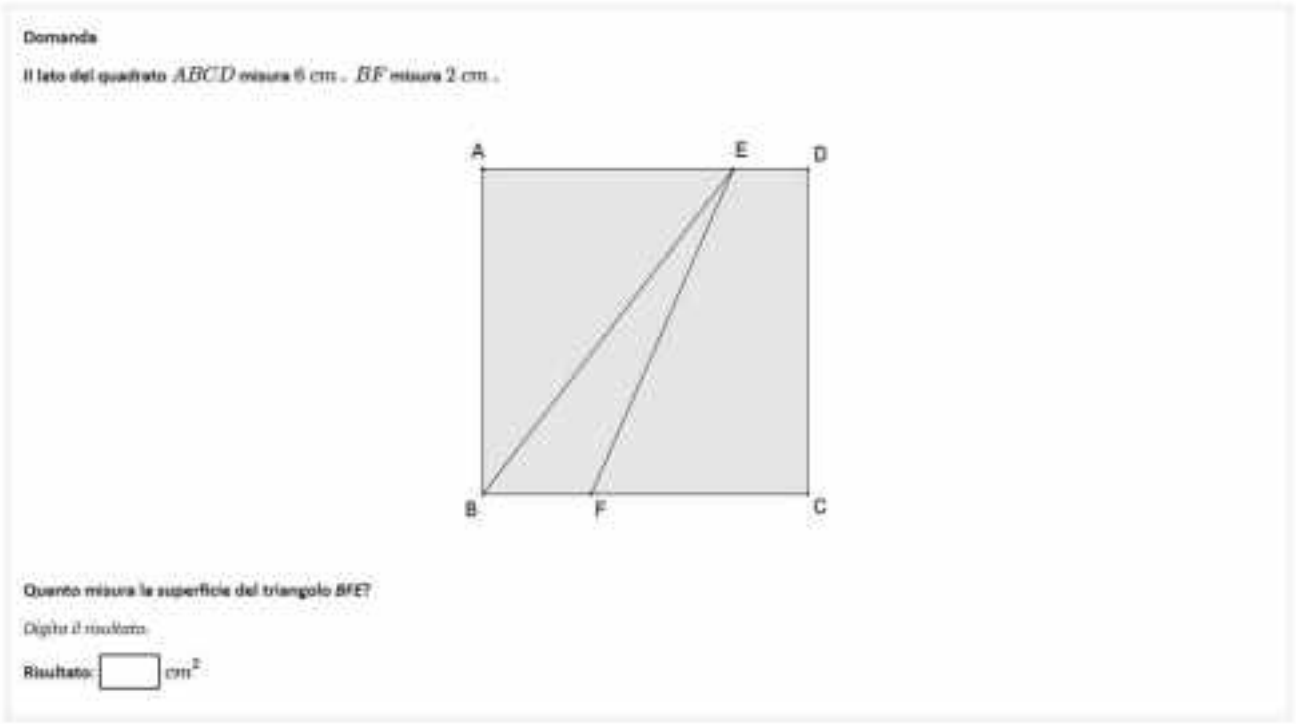
In questa domanda si richiede la determinazione dell'area di un quadrilatero concavo rappresentato nel piano cartesiano. Per rispondere alla domanda si può ricorrere alla scomposizione della figura in poligoni più semplici di cui è possibile determinare facilmente l'area.



Risposta corretta: 12

LIVELLO 5

In questa domanda si richiede la determinazione dell'area di un triangolo contenuto in un quadrato. Rispetto alla domanda del Livello 4, per calcolare l'area richiesta, occorre individuare relazioni che non sono esplicitate nel testo e sono da ricavare attraverso l'analisi della figura: per esempio riconoscere che il piede dell'altezza relativa alla base *BF* cade all'esterno della base stessa e inoltre che tale altezza è congruente al lato del quadrato *ABCD*.



Risposta corretta: 6

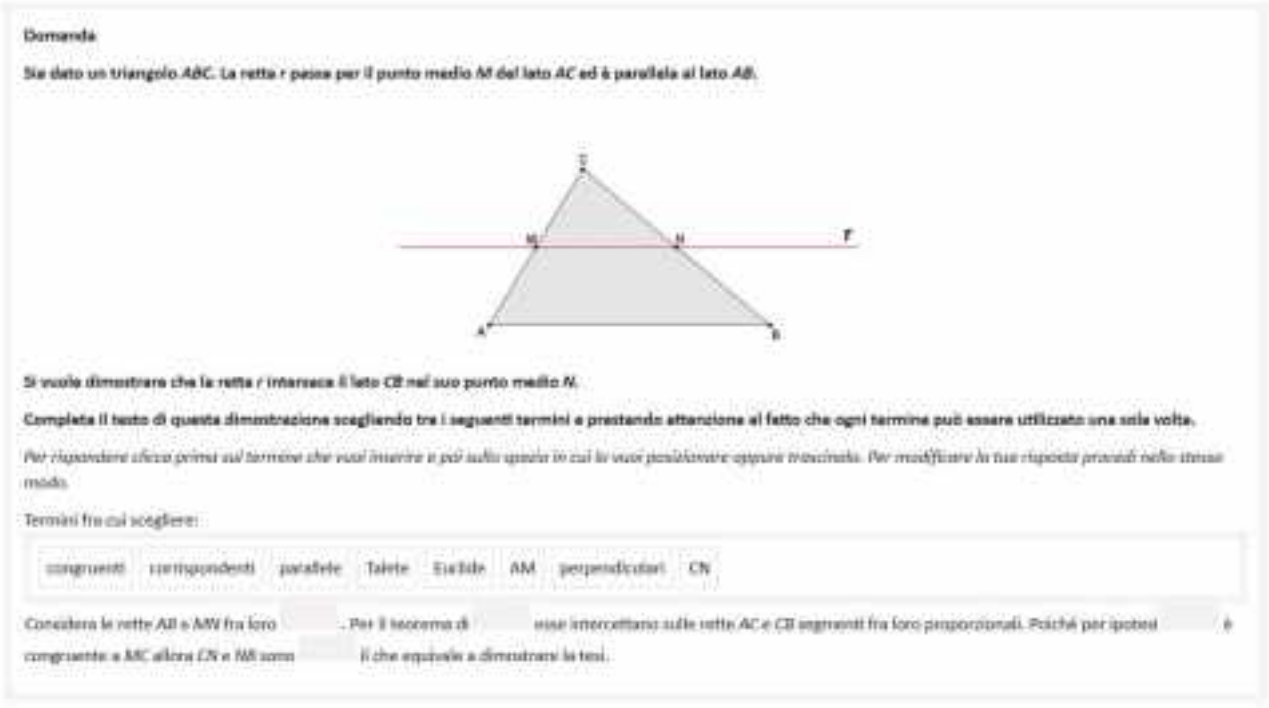
ESEMPIO 3

Le seguenti domande riguardano il tema della dimostrazione nell'ambito Spazio e figure. Entrambe le domande:

- fanno riferimento al Traguardo per lo sviluppo delle competenze del Quadro di riferimento delle prove INVALSI di Matematica per il grado 10 "Produce argomentazioni esplicitando la tesi, utilizzando conoscenze e forme argomentative pertinenti alla tesi oggetto di argomentazione";
- afferiscono alla dimensione *Argomentare* del Quadro di riferimento delle Prove INVALSI di Matematica.

LIVELLO 3

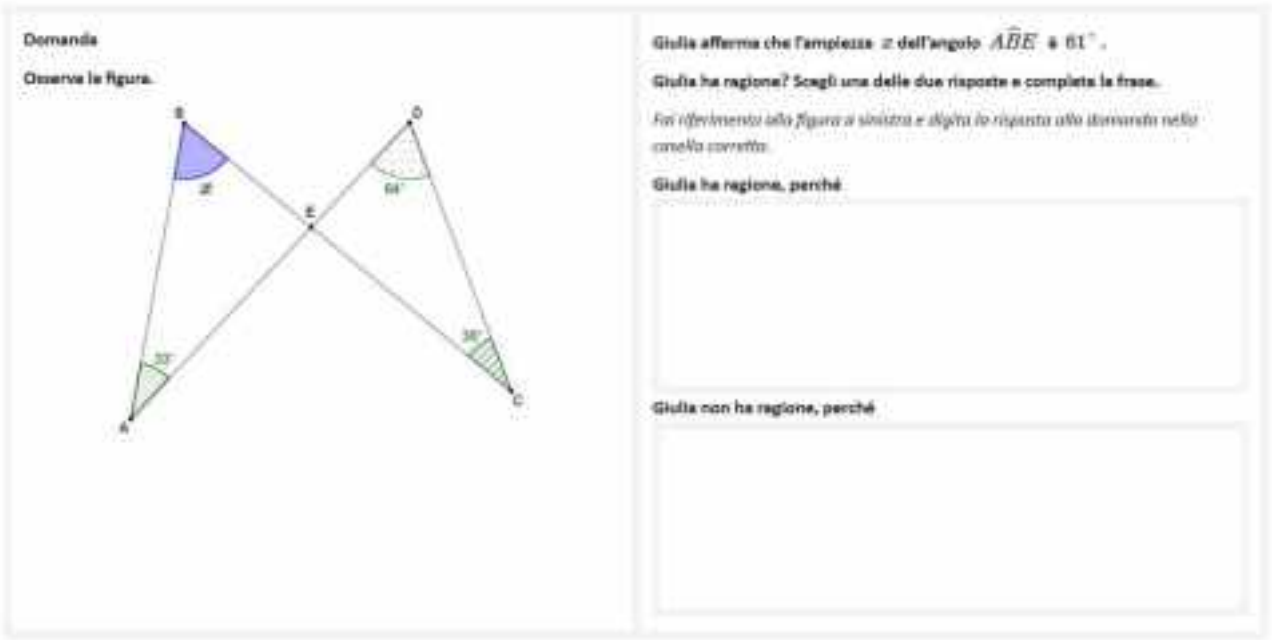
In questa domanda si richiede di completare una breve dimostrazione che fa uso del teorema di Talete in un contesto di geometria euclidea di base. Per rispondere alla domanda, non solo si deve conoscere l'enunciato del teorema, ma occorre saperlo utilizzare in un caso particolare.



Risposta corretta: parallele – Talete – AM – congruenti

LIVELLO 5

La domanda richiede di produrre una dimostrazione che coinvolge alcune conoscenze di geometria euclidea: la somma degli angoli interni di un triangolo e la congruenza degli angoli opposti al vertice. Rispetto alla domanda del Livello 3, non solo si richiede la conoscenza di fatti geometrici fondamentali, ma anche di produrre e articolare una dimostrazione esplicitando i diversi passi argomentativi.



Risposta corretta: Giulia ha ragione. Infatti nel triangolo *EDC* l'angolo $D\hat{E}C$ ha ampiezza 86°, perché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°. Nel triangolo *ABE* l'angolo $A\hat{E}B$ è congruente all'angolo $D\hat{E}C$, perché angoli opposti al vertice. Allora, conoscendo la somma degli angoli interni di un triangolo, si ricava che l'angolo $A\hat{B}E$ ha ampiezza *x* = 61° (o dimostrazioni equivalenti in cui siano utilizzati sia il teorema della somma degli angoli interni di un triangolo sia quello della congruenza di due angoli opposti al vertice).