

# ISTITUTO LICEALE “S. PIZZI”

## PROGRAMMAZIONE DI MATEMATICA

### V LICEO SCIENTIFICO

#### ***LINEE GENERALI E COMPETENZE***

Al termine del percorso del liceo scientifico lo studente conoscerà i concetti e i metodi elementari della matematica, sia interni alla disciplina, sia rilevanti per la descrizione e la previsione di fenomeni, in particolare del mondo fisico. Egli saprà inquadrare le varie teorie matematiche studiate nel contesto storico entro cui si sono sviluppate e ne comprenderà il significato concettuale. Lo studente acquisirà una visione storico-critica dei rapporti tra le tematiche principali del pensiero matematico e il contesto filosofico, scientifico e tecnologico. In particolare, acquisirà il senso e la portata dei tre principali momenti che caratterizzano la formazione del pensiero matematico: la matematica nella civiltà greca, il calcolo infinitesimale che nasce con la rivoluzione scientifica del Seicento e che porta alla matematizzazione del mondo fisico, la svolta che prende le mosse dal razionalismo illuministico e che conduce alla formazione della matematica moderna e a un nuovo processo di matematizzazione che investe nuovi campi e che ha cambiato il volto della conoscenza scientifica.

I gruppi di concetti e metodi obiettivo dello studio:

- 1) gli elementi della geometria euclidea del piano e dello spazio entro cui prendono forma i procedimenti caratteristici del pensiero matematico (definizioni, dimostrazioni, generalizzazioni, assiomatizzazioni);
- 2) gli elementi del calcolo algebrico, gli elementi della geometria analitica cartesiana, una buona conoscenza delle funzioni elementari dell'analisi, le nozioni elementari del calcolo differenziale e integrale;
- 3) gli strumenti matematici di base per lo studio dei fenomeni fisici, con particolare riguardo al calcolo vettoriale e alle equazioni differenziali, in particolare l'equazione di Newton e le sue applicazioni elementari;
- 4) la conoscenza elementare di alcuni sviluppi della matematica moderna, in particolare degli elementi del calcolo delle probabilità;
- 5) la costruzione e l'analisi di semplici modelli matematici di classi di fenomeni, anche utilizzando strumenti informatici per la descrizione e il calcolo;
- 6) una conoscenza del principio di induzione matematica e la capacità di saperlo applicare.

Questa articolazione di temi e di approcci costituirà la base per istituire collegamenti e confronti concettuali e di metodo con altre discipline come la fisica, le scienze naturali e sociali, la filosofia e la storia.

### *FINALITA'*

Lo studente proseguirà lo studio delle funzioni fondamentali dell'analisi anche attraverso esempi tratti dalla fisica o da altre discipline. Acquisirà il concetto di limite di una successione e di una funzione e apprenderà a calcolare i limiti in casi semplici, acquisirà i principali concetti del calcolo infinitesimale, in particolare la continuità, la derivabilità e l'integrabilità, anche in relazione con le problematiche in cui sono nati (velocità istantanea in meccanica, tangente di una curva, calcolo di aree e volumi). Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo, che si limiterà alla capacità di derivare le funzioni già note, semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, le funzioni razionali e alla capacità di integrare funzioni nonché a determinare aree e volumi in casi semplici. Altro importante tema di studio sarà il concetto di equazione differenziale, cosa si intenda con le sue soluzioni e le principali proprietà, nonché alcuni esempi importanti e significativi di equazioni differenziali, con particolare riguardo per l'equazione della dinamica di Newton. Si tratterà soprattutto di comprendere il ruolo del calcolo infinitesimale in quanto strumento concettuale fondamentale nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura.

### *OBIETTIVI SPECIFICI DI APPRENDIMENTO*

- Operare con il simbolismo matematico riconoscendo le regole sintattiche di trasformazioni di formule.
- Capacità di utilizzare metodi, strumenti e modelli matematici in situazioni diverse.
- Attitudine a riesaminare criticamente e a sistemare logicamente le conoscenze via via acquisite.
- Concatenare i dati a disposizione con i vari procedimenti per costruire strategie di soluzione che permettano di interpretare anche graficamente le relazioni tra variabili.
- Risolvere problemi di maggiore complessità analizzando le singole procedure nella loro semplicità e ricondurle in un quadro d'insieme di più ampio respiro.
- Modellizzare problemi derivanti da situazioni reali o da situazioni semplificate. ➤ Inquadrare storicamente l'evoluzione delle idee matematiche fondamentali.

**CONTENUTI DEL QUINTO ANNO**

<b>Mese</b>	<b>Modulo</b>	<b>Contenuti</b>	<b>Competenze/abilità</b>
Settembre- Ottobre	FUNZIONI REALI DI VARIABILI REALI	Definizioni fondamentali: funzioni crescenti e decrescenti, funzioni limitate, massimi e minimi assoluti e relativi di una funzione, restrizione e prolungamento di una funzione, funzioni pari e dispari, funzioni periodiche. Funzioni elementari: i polinomi, le funzioni razionali, le funzioni irrazionali, le funzioni goniometriche, la funzione esponenziale, la funzione logaritmica, la funzione segno, la funzione valore assoluto, la funzione parte intera. La funzione inversa, le funzioni inverse delle funzioni circolari. La funzione composta.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saper descrivere le funzioni elementari</li> <li>• Saper determinare il dominio di una funzione</li> </ul>
Ottobre- novembre	I LIMITI	Punto di accumulazione. Definizione di limite. Limite infinito. Limite finito di una funzione all'infinito. Limite infinito di una funzione all'infinito. Limite destro, limite sinistro. Limiti fondamentali. Teoremi sui limiti	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saper calcolare i limiti di funzioni</li> <li>• Saper trovare gli asintoti di una funzione</li> <li>• Saper enunciare e dimostrare i teoremi sui limiti</li> </ul>
Novembre-dicembre	FUNZIONI CONTINUE. ZERI DI FUNZIONI. LA DERIVATA	Definizione di funzione continua. Continuità a destra o a sinistra. Punti di discontinuità. Limiti notevoli. Continuità delle funzioni inverse. Continuità delle funzioni composte. Teoremi fondamentali sulle funzioni continue. Infinitesimi equivalenti. Infiniti equivalenti. Asintoti di una funzione: asintoto verticale, orizzontale, obliquo. Zeri di funzioni, anche con metodi numerici. Definizione di rapporto incrementale e suo significato geometrico. Definizione di derivata e suo significato geometrico. Equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un suo punto. Derivata destra e derivata sinistra. Derivata delle funzioni elementari. Regole di derivazione. Derivate successive. Primitive di una funzione.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprendere il concetto di continuità di una funzione</li> <li>• Saper determinare i punti di discontinuità di una funzione</li> <li>• Saper enunciare i teoremi sulle funzioni continue</li> <li>• Saper determinare, anche con metodi numerici gli zeri di una funzione</li> <li>• Comprendere il concetto di derivata di una funzione</li> <li>• Saper calcolare la derivata di una funzione</li> <li>• Saper scrivere l'equazione della tangente ad una curva</li> </ul>

Gennaio	CALCOLO DIFFERENZIALE	Differenziale di una funzione. Significato geometrico del differenziale. Significato fisico della derivata: velocità e accelerazione di un moto rettilineo, intensità di corrente. I teoremi del calcolo differenziale.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprendere il significato di differenziale di una funzione</li> <li>• Saper enunciare e dimostrare i teoremi del calcolo differenziale</li> <li>• Saper stabilire quando una funzione è crescente</li> <li>• Saper determinare la concavità di una funzione</li> </ul>
Febbraio	GRAFICI DI FUNZIONI. MASSIMI E MINIMI ASSOLUTI	Studio di funzioni razionali, irrazionali, logaritmiche, esponenziali, goniometriche. Discussione grafica di un'equazione. Studio di un moto rettilineo. Distribuzioni di probabilità (Poisson, Gauss, ...). Massimi e minimi assoluti. Problemi di massimo e minimo assoluto	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saper tracciare il grafico di una funzione</li> <li>• Saper risolvere problemi di massimo e di minimo</li> <li>• Saper utilizzare le variabili aleatorie e le principali distribuzioni di probabilità</li> </ul>

Febbraio-Marzo	INTEGRALE INDEFINITO E DEFINITO	<p>Funzioni primitive di una funzione data. Definizione di integrale dell'integrale indefinito. Proprietà dell'integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Integrazione delle funzioni razionali. Integrazione per sostituzione. Integrazione per parti.</p> <p>Area del trapezoide. Somme integrali per difetto e per eccesso. Integrale definito: approssimazione di un integrale definito; somme integrali generalizzate. Significato geometrico dell'integrale definito. Il teorema della media. La funzione integrale. Il teorema di Torricelli-Barrow. Integrazione per sostituzione. Grafico della funzione integrale.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saper calcolare la primitiva di una funzione</li> <li>• Comprendere il significato di integrale definito</li> <li>• Saper enunciare e dimostrare i teoremi della media e di Torricelli Barrows</li> <li>• Saper tracciare il grafico della funzione integrale</li> </ul>
Marzo-Aprile	CALCOLO DI AREE E VOLUMI	<p>Calcolo di aree di domini piani. Volume dei solidi. Volume dei solidi di rotazione. Significato fisico dell'integrale definito. Integrali impropri. Metodi numerici per il calcolo di integrali.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saper calcolare la misura dell'area di una superficie piana</li> <li>• Saper calcolare il volume di un solido</li> <li>• Saper applicare metodi numerici per il calcolo della misura dell'area di una superficie piana</li> </ul>
	GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO	<p>Coordinate nello spazio. Vettori nello spazio. Piano e sua equazione. Posizione reciproca di una retta e un piano. Alcune superfici notevoli</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analizzare e interpretare dati e grafici</li> <li>• Argomentare e dimostrare</li> <li>• Costruire e utilizzare modelli</li> <li>• Individuare strategie e applicare metodi per risolvere problemi</li> </ul>

Aprile Maggio	CENNI EQUAZIONI DIFFERENZIALI	Verifica delle soluzioni. Semplici esempi di equazioni differenziali. Equazione di Newton per la dinamica e per la calorimetria	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Saper risolvere semplici equazioni differenziali</li> </ul>
	CENNI DI GEOMETRIE NON EUCLIDEE	Teorie assiomatiche. Cenni sulle geometrie non euclidee.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprendere il concetto di teoria assiomatica</li> <li>• Comprendere i concetti principali delle geometrie non euclidee</li> </ul>